

# Kontrollfragen mit Lösungen

## **Kapitel 1 - Grundlagen:**

### **1. Wie groß ist der jährliche Weltmarkt in Mrd. € an Sensoren zur Zeit?**

Etwa 40 Mrd. €

### **2. Welchen Anteil daran haben die Halbleitersensoren und wie sind die Prognosen?**

Etwa 40% und pro Jahr um etwa 1% wachsend

### **3. Welches sind die Vorteile von Halbleitersensoren gegenüber anderen Sensoren?**

- HL-Materialien und der Stromtransport in ihnen sind mehr oder weniger auf alle Umwelteffekte sensitiv
- Halbleitersensoren können deutlich kleinere Abmessungen als andere Werkstoffrealisierungen aufweisen
- Kleine Abmessungen und etablierte Siliziumtechnologie erlauben die Herstellung großer Stückzahlen zu geringen Preisen (typisch: cent)
- Unterschiedliche Halbleitersensoren und Elektronik können auf einem Chip integriert werden.  
→ klein, preiswert, leistungsfähig und anwendungsfreundlich

### **4. Was sind typische Herstellungspreise und Verkaufspreise für Halbleitersensoren? Für welchen Markt sind sie daher besonders geeignet?**

Herstellungspreise: cent bis €, Verkaufspreise: € → besonders geeignet für den Massenmarkt

### **5. Nennen Sie einige typische Anwendungen für Halbleitersensoren ohne auf das Meßprinzip einzugehen!**

Temperatursensoren, Drucksensoren, Positionssensoren, Beschleunigungssensoren, Magnetfeldsensoren

### **6. Nennen Sie einige nachteilige Eigenschaften von Halbleitersensoren!**

Verkapslung:

- Umwelt stellt Störgröße dar (Temperatur, Feuchte, ...), die zur Schädigung der Anwendung führen kann
- → Spezielle Gehäusetechnik, die störanfällige Komponenten abschirmt aber das sensitive Element zugänglich lässt

Querempfindlichkeit:

- Sensoren sind aufgrund des Umwandlungsprinzips auf alle äußeren Energien empfindlich

### **7. Was versteht man unter dem Moor'schen Gesetz?**

$$\begin{array}{lll} \text{Devices / Chip : } \times \frac{4}{3 \text{ Jahre}} & \begin{array}{l} \times 2 \text{ (Dimensionsverkleinerung)} \\ \times 1,5 \text{ (Vergrößerung der Chipfläche)} \\ \times 1,3 \text{ (Bessere Architektur)} \end{array} & \begin{array}{l} \text{Kosten : -30\% pro Jahr} \\ \text{Verdienststeigerung : 17\% pro Jahr} \end{array} \end{array}$$

## **Kapitel 2 - Materialgrundlagen:**

### **1. Welches Korngefüge können Materialien ausbilden?**

- Einkristall: atomare Fernordnung; langreichweitige, ungestörte Periodizität
- Poly-Kristall: kurzreichweitige, ungestörte Periodizität; Gefüge aus Kristalliten untersch. Orientierung
- Amorph: nur atomare Nahordnung; atomare Stöchiometrie
- Atomanordnung kann mehr oder weniger regelmäßig sein!

### **2. Wie werden Ebenen und Richtungen im Kristall beschrieben?**

Einführung eines reziproken Gitters und Millersche-Indizes (hkl)

Die reziproken Achsenabschnitte mit dem kleinsten gemeinsamen Vielfachen multipliziert ergeben die Millerschen Indizes. Ebenen parallel zu den Koordinatenachsen haben ihren Schnittpunkt im Unendlichen, hier ergibt sich als Miller Index eine Null.

### **3. Warum bildet sich in Kristallen eine Bandstruktur?**

Durch das Zusammenlagern von Atomen müssen sich wegen des Pauli-Prinzips die atomaren Energieniveaus trennen. Es erfolgt eine Aufspaltung entsprechend der Anzahl der wechselwirkenden Atome. Im Festkörper mit  $10^{22} \text{ cm}^{-3}$  Atomen werden aus  $10^{22}$  Energieniveaus kontinuierliche Bänder. Dabei entstehen Bandlücken:

- Elementarhalbleiter (Si, Ge) haben eine indirekte Bandlücke
- Verbindungshalbleiter (GaAs) haben eine direkte Bandlücke (schneller, optische Anwendungen)

### **4. Wie wird die Besetzung der Bandstruktur mit Ladungsträgern geregelt?**

Das Valenzband wird bis zum Maximum nach dem Pauli-Prinzip aufgefüllt; Elektronen mit ausreichender Energie sitzen im Leitungsbandminimum bei fast gleicher Energie und das an allen Orten im Kristall. Bandkrümmungen sind in der Größenordnung von eV. Elektronen haben in aller Regel keine höheren kinetischen Energien als  $kT$ . → Elektronen bemerken energetisch die Bandkrümmung kaum → Alle Elektronen sitzen im Leitungsbandminimum bei fast gleicher Energie. → vereinfachtes Energieschema (Banddiagramm) → Design-Grundlage für alle Halbleiterbauelemente

### **5. Wie unterscheidet man mit Hilfe des Bänderdiagrammes Metalle, Halbleiter und Isolatoren?**

Die Größe der Bandlücke bestimmt die Anzahl der freien Elektronen im Leitungsband und damit die Leitfähigkeit.

- Leiter: halbvolles Band oder Bandüberlappung
- Isolator:  $E_{\text{gap}} > 2 \text{ eV}$
- Halbleiter:  $E_{\text{gap}} < 2 \text{ eV}$

### **6. Wie kann man die elektrische Leitfähigkeit von Halbleitern verändern und worauf muss man achten?**

- p-/n-Dotierung: Bei zu hoher Dotierung liegt Entartung vor → Halbleiter wird zum Leiter
- Thermische Anregung: Erhöhung der Temperatur bewirkt eine Ionisierung der Dotieratome und somit eine höhere Leitfähigkeit. (Ab  $T \approx 100K$  sind bereits alle Dotieratome ionisiert, ab  $T \approx 500K$  funktioniert die Bauelementstruktur nicht mehr!)

### **7. Welche Möglichkeiten des Ladungsträgertransportes gibt es?**

Thermische Bewegung, Diffusion, Driftbewegung

## 8. Von welchen Größen hängt die Driftgeschwindigkeit der Ladungsträger ab, welches ist der Maximalwert?

Für Feldstärken  $< 10^3 V/cm$  ist die Driftgeschwindigkeit proportional zur elektrischen Feldstärke  $v = \mu \cdot E$ . Für höhere Feldstärken erreicht die Driftgeschwindigkeit einen Maximalwert von ca.  $10^7 cm/s$ . In Abhängigkeit der Halbleiterstruktur und Beschaltung können Drift- und Diffusionsbewegung gleich oder entgegengesetzt gerichtet sein.

## Kapitel 3 - Technologie:

### 1. Welche technologischen Vorteile bietet Silizium als Halbleitermaterial für Sensoren?

- Geeignete Bandlücke (1,1eV): Bei Erwärmung bis 150°C gute Funktionalität
- Sehr häufiges natürliches Vorkommen
- Ungiftig, bioverträglich, wasserunlöslich
- Keine Alterung
- Leichte Bildung eines sehr stabilen Oxides an der Oberfläche zur Passivierung
- CMOS-Schaltungstechnik

### 2. Nennen Sie mindestens 6 Grundprozesse der Siliziumtechnologie!

- Gewinnung von Reinstsilizium, Herstellung von Siliziumwafern & Reinigung der Wafer
- Isolatoren (Thermische Oxide, Abscheideoxide)
- Lithographie (Strukturübertragung mit Fotolack)
- Dotierung (Epitaxie, Implantation, Diffusion)
- Schichtabscheidung
- Ätzen (Nasschemisch, Trocken)

### 3. Wie funktioniert das anisotrope Nassätzen?

- Nasschemische Ätzen können hochselektiv sein und alle Atomsorten lösen
- Siliziumatome in unterschiedlicher Richtung unterschiedlich stark gebunden → anisotropes Ätzen
- Ätzen durch Bildung von OH<sup>-</sup>-Komplexen
- Entspricht die Ätzkraft der Bindungsstärke → selektives Ätzen
- Kalilauge (KOH) mit Ätzraten 1µm/min für Si(100) und 0.005µm/min für Si(111)
- Stöchiometrisch veränderte Schichten lassen sich als Ätzstopp verwenden
- Konvexe Ecken werden etwa 2-3 mal so schnell geätzt wie (111)-Ebenen

### 4. Wovon hängt die Ätzrate ab?

Ätzraten meist sehr empfindlich auf Temperaturänderungen, Stöchiometrievariationen, Verunreinigungen, Konzentration der Ätzlösung

Nass: Ätzsubstanz ist flüssig

Trocken: Ätzsubstanz ist nichtflüssig (gasförmig, Plasma, Teilchenstrahlen)

Isotrop: Ätzrate ist in allen Richtungen gleich

Anisotrop: Ätzrate ist richtungsabhängig

Nicht selektiv: Alle Materialien werden mit gleicher Ätzrate abgetragen

Selektiv: Unterschiedliche Materialien haben unterschiedliche Ätzraten

$$\text{Anisotropiefaktor} = \frac{\text{vertikale Ätzrate} - \text{horizontale Ätzrate}}{\text{vertikale Ätzrate}}$$

$$\text{Selektivität} = \frac{\text{Ätzrate Material 1}}{\text{Ätzrate Material 2}}$$

### 5. Welche Möglichkeiten zur Herstellung dünner Membranen wie sie z.B. für Drucksensoren benötigt werden gibt es?

- Substrat-Mikromechanik (bulk-micromachining)
- Oberflächen-Mikromechanik (surface-micromachining)

## 6. Was ist der Unterschied zwischen bulk-micromachining und surface-micromachining?

- bulk-micromachining: Strukturen werden aus dem Substrat herausgeätzt
- surface-micromachining: Strukturen werden als Schichten auf dem Substrat aufgebaut (SiO<sub>2</sub> als Abstandshalter, welches nach der Polysiliziumabscheidung wieder herausgeätzt wird → Opferschicht)



## 7. Welche Probleme können beim surface-micromachining auftreten?

- Schichten müssen selektiv ätzbar sein
- mechanische Spannungen in den Schichten
- großflächige Strukturen nicht gut unterätzbar (lange Ätzzeiten und extrem gute Selektivitäten)
- Festkleben der Strukturen bei der Herstellung (Sticking) ← Kapillarkräfte beim Trocknen der Ätzlösung → Sublimieren besser als Verdampfen!
- Im Betrieb können freitragende Strukturen am Substrat kleben bleiben (Adhäsionskräfte)

## 8. Wie funktioniert der LIGA-Prozeß?

- Lithographie + Galvanoformung + Abformung
- Auf einer Metallplatte wird Fotolack mit mehreren Millimetern Dicke von Röntgenstrahlung belichtet
- Mit Galvanik wird ein metallischer Negativabdruck der Struktur erstellt, der Fotolack wird herausgelöst
- In die Metallform wird jetzt Plastikmaterial eingefüllt, gehärtet und dann ausgelöst (Abformung)
- Vorteile: kostengünstige Massenware, Polymere und andere Materialien möglich
- Nachteile: 3D Strukturen sehr schwierig, Integration mit Silizium-Elektronik sehr schwierig

## 9. Welche Möglichkeiten gibt es zur Integration eines Sensorprozesses mit CMOS?

- Mitbenutzung von IC-Schichten
  - kostengünstigste Variante
  - CMOS-Schichten meist dünner → Mitbenutzung nicht möglich
- Vorfertigung des Sensorteils, danach Herstellung der Elektronik
  - tiefe Strukturen mit aggressiven Ätzen werden vor der Elektronik hergestellt
  - bei nichtkompatiblen CMOS-Prozessen wird Stabilität der CMOS-Prozesse gefährdet
  - Variante wird nur ungern angewendet
- Vorfertigung der Elektronik, danach auf freien Flächen Nachfertigung der Sensorik
  - Diese Variante wird am liebsten von den Halbleiterherstellern angewendet
- Einbindung der Sensorfertigung an geeigneter Stelle bei Herstellung der Elektronik
  - notwendig wenn Sensorteil auch Hoch- und Niedertemperaturprozesse benötigt
  - Erst für beide die Hoch- und dann für beide die Niedertemperaturprozesse durchführen

## 10. Welche Grundprozesse beinhaltet das Packaging von Sensoren?

1. Die Chips werden auf Metallstrukturen (lead frames) geklebt oder gebondet.
2. Dann werden die Verbindungsdrähte vom Chip zu den lead frame Kontakten hergestellt.
3. Als letztes wird ein Gehäusedeckel aufgeklebt oder verschmolzen.

## Kapitel 4 - Kraftsensoren:

### 1. Mit welchen Meßprinzipien kann eine mechanische Kraftwirkung mit Halbleitersensoren nachgewiesen werden?

- Piezoresistiv (Widerstandsänderung durch geometrische Verformung und ggf. Änderung der Materialeigenschaften des Sensormaterials)
- Piezoelektrisch (Verschiebung innerer Ladungen im Sensorwerkstoff, die als äußere Spannung nachgewiesen wird)
- Kapazitive Messung (die wirkende Kraft erzeugt eine Veränderung des Abstandes oder der Fläche zweier Kondensatorplatten)
- Indirekte Messverfahren (optisch, mechanischer Resonator, magnetisch, induktiv)

### 2. Welches ist das Grundgesetz der Elastizitätstheorie?

Hooke'sches Gesetz:  $\sigma \left[ \frac{\text{Kraft}}{\text{Fläche}} \right] = E \left[ \frac{\text{Kraft}}{\text{Fläche}} \right] \cdot \varepsilon$

$\sigma$ : Spannung  
 $E$ : Elastizitätsmodul  
 $\varepsilon$ : Dehnung

### 3. Welche Elastizitätsmoduln gibt es?

- Querkontraktionsmodul  $\nu = -\frac{\Delta d/d}{\Delta l/l}$
- Kompressionsmodul (allseitige Kompression)  $-p = K \cdot \frac{\Delta V}{V}$       $-\frac{\Delta V}{V} = \kappa \cdot p$
- Scherung (Schubmodul oder Torsionsmodul)  $\tau = G \cdot \alpha$       $\alpha \approx r \cdot \frac{\varphi}{l}$

### 4. Wann ist der Tensorcharakter der Elastizitätsmoduln zu berücksichtigen?

Eine Kraft in alleiniger x-Richtung erzeugt Verformungen (Dehnungen  $\varepsilon$ ) auch in Mischrichtungen der anderen Koordinatenachsen. Die angreifenden Kräfte (Spannungen) werden nach ihrer Raumrichtung in einem Tensor angeordnet.

$$\bar{\bar{\sigma}} = \bar{\bar{c}} \cdot \bar{\bar{\varepsilon}}$$

Nichtdiagonalelemente stellen Scherkräfte dar, Diagonalelemente sind senkrechte Druck- oder Zugkräfte in Richtung der Koordinatenachsen auf Ebenen senkrecht zu den Koordinatenachsen.

### 5. In welcher Größenordnung der Formänderung treten elastische Verformungen auf?

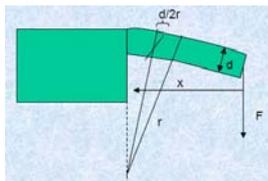
Im Promillebereich

### 6. An welchem Punkt eines elastischen Biegebalkens treten die größten mechanischen Verspannungen auf?

Die stärkste Formänderung elastisch aufgehängter Körper ist am Einspannpunkt. → Position Piezosensor

$$r = \frac{\gamma \cdot E \cdot d^3 \cdot b}{F \cdot x}$$

$$\sigma = \frac{1}{2\gamma} \cdot \frac{F \cdot L}{d^2 \cdot b}$$



maximale Durchbiegung:  $w_{\max} = \frac{F \cdot l^3}{3 \cdot E \cdot I}$

Trägheitsmoment:  $I = \frac{h \cdot b^3}{12}$

## 7. Aus welchen beiden Effekten setzt sich der piezoresistive Effekt zusammen?

- Änderung des elektrischen Widerstands aufgrund von Geometrieänderungen
- Änderung des spezifischen Widerstands bzw. der Materialeigenschaften: Anzahl und Beweglichkeit der Ladungsträger werden durch äußere Kräfte signifikant verändert

## 8. Welcher der beiden Effekte überwiegt in welchen Materialien?

- Geometrieänderung in Metallen und Isolatoren im Promille-Bereich
- Änderung des spezifischen Widerstands/Materialeigenschaften in Halbleitern sehr ausgeprägt

## 9. Wieviel piezoresistive Konstanten gibt es für Silizium (kubisches Gitter) und wie kann man sie messen?

Es gibt 3 Konstanten ( $\pi_{11}$ ,  $\pi_{12}$ ,  $\pi_{44}$ )

Ohne mechanische Spannung  $\sigma$  ein elektrisches Feld an den Siliziumwürfel anlegen und den Strom messen → Berechnung des spezifischen Widerstandes  $\rho_0$ .

Mechanische Spannungen  $\sigma_i$  in verschiedenen Richtungen auf das Siliziumstück einwirken lassen und in ausgewählter Richtung ein elektrisches Feld  $E_i$  anlegen und den Strom  $I_i$  messen → Berechnung der Konstanten aus den drei Gleichungen

## 10. Was ist die Ursache für den großen piezoresistiven Effekt in Halbleitern?

- Veränderung der Ladungsträgerdichte
- Höhere Beweglichkeit der Ladungsträger (durch veränderte effektive Masse, verursacht durch veränderte Bänderkrümmung)

## 11. Mit welcher elektrischen Anordnung wird aus piezoresistiven Sensoren ein Signal gewonnen?

Elastischen Dehnungen und damit Widerstandsänderungen liegen im Bereich von  $10^{-3}$ . Für eine gute Auflösung und Reproduzierbarkeit sollten die Meßgrößen mindestens einen Faktor 100 besser erfasst werden. → Verwendung von Messbrücken (z.B. Wheatstone-Brücke oder Viertelbrücke)

## 12. Welche physikalischen Größen kann man mit einem Dehnungsmeßstreifen und welche mit einer Biegebalken-Anordnung messen?

- Dehnungsmessstreifen: Bestimmung von mechanischen Dehnungen
- Biegebalken-Anordnung: Messung praktisch aller mechanischen Größen über ihre Kraftwirkung

## 13. Beschreiben Sie eine mögliche Ausführung für einen piezoresistiven Drucksensor!

An den Aufhängepunkten einer Membran sind piezoresistive Widerstände aufgebracht, die ihren Widerstand abhängig von der Dehnung der Membran verändern

## 14. Wodurch entsteht der piezoelektrische Effekt?

Trennung von Ladungsschwerpunkten in Molekülen unter Einwirkung von äußeren mechanischen Kräften. Verschiebung der Ionen in Kristallen mit nichtsymmetrischen Einheitszellen → Verschiebung der Ladungsschwerpunkte von negativer und positiver Ladung relativ zueinander → elektrische Polarisation (Dipolmoment).

**15. Für welche Art von Messung eignen sich piezoelektrische Sensoren besonders?**

Piezoelektrische Effekt wird besonders zur Messung von Kraftänderungen eingesetzt

**16. Wie könnte mit piezoelektrischen Materialien ein Halbleitersensor hergestellt werden?**

Eine Kraft erzeugt eine Ladung im piezoelektrischen Gatedielektrikum (ZnO), diese Ladung verändert die Gatespannung → Der Transistor ändert seinen Strom.

**17. Nach welchem Prinzip wird in kapazitiven Sensoren ein Kraftsignal erhalten?**

Änderung der Kondensatorkapazität durch geometrische Veränderungen (Kondensatorfläche, Plattenabstand)

**18. Wie funktioniert ein kapazitiver Drucksensor?**

Eine Membran dient als Kondensatorplatte, die gegen eine andere, fest aufgehängte Kondensatorplatte beweglich ist. Durch Veränderung des Plattenabstandes bei Druckeinwirkung verändert sich die Kapazität.

**19. Wie funktioniert ein kapazitiver Flußsensor?**

Eine strömende Flüssigkeit übt auf eine senkrecht zur Flussrichtung stehenden Wand einen Staudruck aus. Eine Einschnürung im Flusskanal erzeugt einen Differenzdruck zwischen Eintritts- und Austrittskammer. Der Druckabfall verhält sich proportional zum Quadrat der Flussgeschwindigkeit. Aus dem Differenzdruck kann die Strömungsgeschwindigkeit ermittelt werden.

**20. Wie funktioniert ein kapazitiver Beschleunigungssensor?**

Realisierung eines schwingfähigen Systems mit Kondensatoren. Bei externen Beschleunigungskräften verschiebt sich der Chip. Die schwingfähige, träge Masse bleibt zunächst in Ruhe → Abstandsänderung der Kondensatorplatten → Kapazitätsänderung → Rückrechnung auf die auslenkende Kraft

## Kapitel 5 - KontaktTemperatursensoren:

### 1. Welche Bedeutung haben Temperatursensoren wirtschaftlich?

Temperatursensoren haben den größten Marktanteil bei den Sensortypen!

### 2. Warum ist die Temperatur eine wichtige Meßgröße?

Temperatur ist eine wichtige Einflußgröße, da viele Vorgänge temperaturaktiviert sind und kleine Temperaturänderungen exponentiell andere Werte ändern.

### 3. Welche Kontakttemperatursensoren sind in Silizium integrierbar?

Halbleiter-Thermo-Widerstände, Temperaturmessung mit Dioden/Transistoren

### 4. Welche Materialien können für Thermo-Widerstände eingesetzt werden und was sind ihre Vor-/Nachteile?

- Metalle (Platin, Gold, Silber, Kupfer, Eisen):
  - In einfacher Ausführung kostengünstige Herstellung
  - Durch Lasertrimmen einfache Kalibrierung
  - Hoher Messbereich (-270°C bis +1000°C)
  - Kennlinie sehr linear
  - Nicht mit Siliziumelektronik integrierbar
  - kleiner Temperaturkoeffizient ( $\approx 10^{-3}/^{\circ}\text{C}$ )
  - Kleiner spezifischer Widerstand  $\rightarrow$  auf kleinem Raum können nur kleine Widerstände realisiert werden  $\rightarrow$  der Widerstand der Leitungen muss berücksichtigt werden  $\rightarrow$  4-Leitertechnik (Aufwand und Kosten)
- Halbleiter (Silizium):
  - Über die Dotierung in sehr weiten Grenzen in ihrem Wert einstellbar
  - Für niedrige Dotierungen ist der Temperaturkoeffizient doppelt so groß wie für Metalle
  - Reproduzierbare Einstellung geringster Dotierungen erfordert spezielle Herstellungsverfahren
  - Kennlinie nicht sehr linear
  - Mit Siliziumelektronik integrierbar
- Keramik ( $\text{ReO}_3$ ,  $\text{CrO}_2$ ,  $\text{FeO}$ ):
  - Temperatur-Koeffizient  $\alpha$  kann je nach Zusammensetzung sowohl positiv als auch negativ sein
  - Keine Integration von Siliziumelektronik aufgrund ihres Herstellungsprozesses möglich

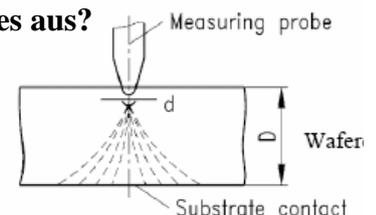
### 5. Wieviel empfindlicher können Silizium-Widerstände gegenüber Metallen sein?

Doppelt so empfindlich!

### 6. Wie sieht eine praktische Ausführung eines integrierten Si-Thermowiderstandes aus?

Die Kennlinie dieses Kontaktes ist polungsabhängig (Schottky-Kontakt).

$\rightarrow$  Durch ein zweites Kontaktloch eine polungsunabhängige Doppelanordnung herstellen.



### 7. Welche Möglichkeiten zur Linearisierung der Kennlinie von HL-Thermowiderständen gibt es?

Parallel-/Serienschaltung des Thermowiderstands mit einem nichttemperaturabhängigen Lastwiderstand

## 8. Warum können Halbleiterdioden oder Transistoren als Temperatursensoren benutzt werden?

- Kennlinie eines pn-Übergangs ist temperaturabhängig
- Bei konstanter Stromeinprägung in pn- oder pnp-Übergänge ist die Spannungsänderung proportional zur Temperatur

## 9. Welche Anordnung wählt man warum in der Praxis?

Einsatz kurzgeschlossener Transistoren (Basis mit Kollektor) als Dioden, da die Diffusionslänge für den Sperrstrom durch die Basisdicke ersetzt werden kann, die leichter reproduzierbar einstellbar ist. Zur Vermeidung der Fertigungsstreuungen benutzt man benachbarte Transistoren in Stromspiegelschaltung, dann kürzen sich die (als gleichangenommenen) Sperrströme heraus.

## 10. Erklären Sie qualitativ die Ursache des Seebeck-Effektes!

Die Bandstruktur gibt für die Ladungsträger die möglichen Energiezustände und deren Besetzungswahrscheinlichkeiten (Zustandsdichten) vor. Entsprechend der Umgebungstemperatur haben die Ladungsträger eine Energieverteilung und besetzen damit die möglichen Energiezustände. Verändert man die Temperatur des Materials, so können sich die Anzahl der Ladungsträger, die Lage der Energiezustände, Zustandsdichten und die Besetzungswahrscheinlichkeiten ändern, und damit ändert sich auch die Fermi-Energie. Erhitzt man nun ein Ende eines länglichen Materialstückes, so wird dort das Fermi-Niveau erniedrigt und Elektronen laufen an diese Stelle. Das heiße Ende des Stabes ist somit negativ geladen, das kalte Ende positiv.

## 11. Um wieviel größer ist der Seebeck-Effekt in Halbleitern gegenüber Metallen?

Um mehr als den Faktor 100!

## 12. Warum werden keine Halbleiterthermoelemente kommerziell hergestellt?

- Beide Kontaktstellen örtlich auf einen Chip beschränkt → geringe Temperaturunterschiede
- Halbleiter sind spröde, daher auch im täglichen Umfeld nicht sehr robust
- Eingeschränkter Temperaturbereich
- Bisherige Anwendungen: Thermo-Kernreaktoren, Bolometer

## 13. Weshalb werden Metallwiderstände nicht mit Siliziumelektronik integriert?

- Für extreme Temperaturen arbeitet Siliziumelektronik sowieso nicht
- Bei Integration wäre aus Platzgründen der Metallwiderstand sehr klein und Kontaktwiderstände würden dominieren → Genauigkeit geht verloren
- Für alle bisherigen Anwendungen reicht eine ungenaue Messung ( $\pm 5^\circ\text{C}$ ) durchaus aus und wird von Halbleiterwiderständen oder Temperaturdioden/-transistoren einfacher und kostengünstiger erfüllt

## **Kapitel 6 - Strahlungssensoren:**

### **1. Welche Gesetze gibt es zur Beschreibung elektromagnetischer Strahlung?**

- 1. Kirchhoffsches Strahlungsgesetz: Je besser ein Körper Strahlung absorbieren kann, desto besser kann er auch Strahlung emittieren ( $\varepsilon / \alpha = \text{konst.}$ )
- Abgestrahlte Gesamtenergie eines Schwarzen Strahlers ist zur 4. Potenz seiner Temperatur proportional  
 $P = \varepsilon(\nu) \cdot \sigma \cdot T^4$
- Quantelung der Strahlung in Vielfache der Konstanten  $h$  und Frequenzabhängigkeit der Strahlungsenergie über der Konstante  $h$  (Planck'sches Gesetz):  $E = h \cdot \nu$

### **2. Was ist ein Photon, wie wird es beschrieben?**

Ein Photon ist eine Modellbeschreibung elektromagnetischer Strahlung entsprechend dem Teilchenmodell. Ein Teilchen hat die Energie  $E = h \cdot \nu$  und kann damit mit Materie wechselwirken.

### **3. Welche Sensoren gibt es zur Erfassung von elektromagnetischer Strahlung?**

- Quantensensoren: Auge, Photofilm, Photozelle, Photowiderstand, Photodiode, Phototransistor, CCD, CMOS Smart-Color Sensor
- Thermische Strahlungssensoren (wellenlängenunabhängig): Bolometer, Thermoelemente, Pyroelektrische Sensoren

### **4. Was ist der Unterschied zwischen einem Bolometer und einem Quantensensor?**

Bolometer (therm. Sensor): keine Wellenlängenabhängigkeit → die spektrale Empfindlichkeit ist konstant  
Quantensensor: Sensorsignal ist proportional zum Photonenstrom und damit zur Wellenlänge

### **5. Welcher Kompromiß muß in der Anwendung von Bolometern gefunden werden?**

Schnelle Sensoren erfordern einen großen, empfindliche Sensoren einen kleinen Wärmeableitungskoeffizienten → Kompromiss zwischen Empfindlichkeit und Ansprechzeit des Sensors

### **6. Wie funktioniert ein pyroelektrischer Sensor?**

In elektrisch polarisierten/polarisierbaren Materialien nimmt die Polarisierung mit der Temperatur ab (Wärmeschwingung der Atome bringt die Ausrichtung der Dipole durcheinander). Durch Zufuhr externer Ladungen stellt sich ein nach außen spannungsfreier Zustand ein. Bei Temperaturerhöhung durch Strahlung wird im Inneren die Polarisierung verkleinert, es bleibt eine messbare Spannungsänderung über.

### **7. Was sind typische Werte für einen pyroelektrischen Sensor?**

Passiv-Infrarot-Detektor:

- Ansprechzeit: 300 ms
- Entladezeit:  $\approx 1$  s
- Reichweite: 7 m
- Ausgangsimpedanz: 1,6 k $\Omega$  (bei 4,5 V Betriebsspannung)
- Stromaufnahme: 0,3 mA (bei 4,5 V Betriebsspannung)

## 8. Wie funktioniert ein Photowiderstand? Welches Material wird hauptsächlich dafür verwendet?

Homogen dotierter n-Halbleiter wird mit Photonen bestrahlt. Die Erzeugung von Elektron-Loch-Paaren ändert die Leitfähigkeit des Halbleiters (innerer Photoeffekt).

Für sichtbares Licht: meist aus CdS (wegen der hohen Detektivität)

Im IR-Bereich: meist aus PbS, PbSe oder InSb (mit Kühlung, um thermisches Rauschen gering zu halten)

## 9. Wie funktioniert eine Photodiode?

Bestrahlung des pn-Übergangs einer Diode mit Photonen ausreichender Energie → In der RLZ werden Elektronen-Loch-Paare generiert → Raumladungszone verkleinert sich → Über der Raumladungszone entsteht eine messbare Spannung (Photospannung).

Unempfindlicher als Photowiderstände, da kein Multiplikationsfaktor!

Betrieb als Photodiode (in Sperrrichtung) oder als Photoelement (in Vorwärtsrichtung)

## 10. Durch welche Maßnahmen kann man eine Photodiode empfindlicher machen?

Die Empfindlichkeit einer Photodiode ist von der Quantenausbeute des verwendeten Materials abhängig.

Die Quantenausbeute hängt wiederum von der Wellenlänge des eingestreuerten Lichts ab

→ Wahl des Materials mit der größten Quantenausbeute (im gewünschten Wellenlängenbereich)

## 11. Wie kann man eine Photodiode positionsempfindlich machen?

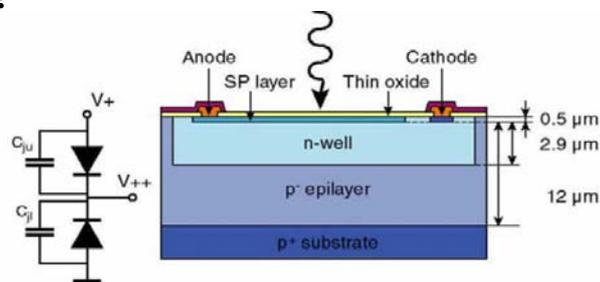
Obere p-Schicht etwas dicker und niedriger dotiert → p-Schicht stellt lateralen Widerstand R dar. Mit zwei Elektroden teilt sich der Photostrom entsprechend dem ortsabhängigen Widerstandsverhältnis auf.

Aus dem Verhältnis der Photoströme kann die Position des Strahlungseinfalles bestimmt werden (PSD)

## 12. Wie funktioniert ein CMOS smart-color Sensor? Zeichnung!

Eindringtiefe der Photonen ist wellenlängenabhängig.

Hochenergetische (kurzwellige) Photonen werden sofort absorbiert und niederenergetischere (langwellige) dringen tiefer ein. Man baut eine Doppeldiode. Zur Farberkennung vergleicht man jeweils die Ströme der beiden Dioden mit dem Gesamtstrom und bekommt so die Farbverteilung.



## 13. Welche Art von Strahlungs-Teilchen gibt es, was sind typische Energien?

- Kosmische Strahlung: energiereiche Protonen bis  $10^{20}$  eV (aus Supernova-Explosionen)
- Kernstrahlung:  $\alpha$ -Teilchen: 5,42 MeV,  $\beta$ -Teilchen:  $\approx 50$  keV,  $\gamma$ -Teilchen: 662 keV

## 14. Wie wird die Energie eines Teilchens mit einem Halbleitersensor gemessen?

Mit einem Teilchenzähler: Einfallende Partikel erzeugen Elektronen-Loch-Paare. In einem vorgespannten pn-Übergang oder einer Schottky-Raumladungszone werden die Ladungsträger getrennt und gesammelt.

## 15. Nach welchen Kriterien werden die elektromagnetischen Strahlungssensoren ausgewählt?

Auswahl erfolgt in der Regel nach den Ansprechzeiten:

- Thermische Sensoren: 0,1 bis 10 Sekunden
- Quantendetektoren:  $\mu$ s bis ns-Bereich (Echtzeit)

## 16. Wirkungsprinzipien von Infrarotstrahlungssensoren!

Bauelement	Wirkungsprinzip	Grenzwellenlänge	Zeitkonstante
Fotowiderstand	innerer Fotoeffekt <sup>9</sup>	200 $\mu\text{m}$	0,1 bis 800 $\mu\text{s}$
Fotodiode		16 $\mu\text{m}$	0,5 bis 500 ns
Fotozelle	äußerer Fotoeffekt <sup>10</sup>	1,2 $\mu\text{m}$	1 bis 10 ns
Bolometer	Änderung der Gittertemperatur	20 $\mu\text{m}$	0,1 bis 30 ms
Thermoelement	thermoelektrischer Effekt	20 $\mu\text{m}$	10 bis 100 ms
pyroelektrischer Sensor	pyroelektrischer Effekt	100 $\mu\text{m}$	1 bis 100 ms
Golay-Zelle	Druckänderung in Gas	100 $\mu\text{m}$	5 bis 1000 ms

## **Kapitel 7 - Magnetfeldsensoren:**

### **1. Wie entsteht ein magnetisches Feld?**

Durch rotierende Ladung  $q$

### **2. Was sind typische Werte für Magnetfelder, z.B. Erdmagnetfeld?**

- Erdmagnetfeld:  $1 \cdot 10^{-5} \text{T}$  bis  $6 \cdot 10^{-5} \text{T}$
- Haftmagnet (am Kühlschrank): 0,01 T
- Ferromagnet: bis 0,2 T
- stärkstes künstliches Magnetfeld: 40 T
- Magnetar (Neutronenstern):  $10^{11} \text{T}$

### **3. Erklären Sie den Hall-Effekt!**

Eine bewegte Ladung erfährt in einem Magnetfeld  $B$  eine Kraft, die die Ladung senkrecht zur Geschwindigkeit und dem Magnetfeld auslenkt. Die Lorentz-Kraft lenkt die Elektronen nach hinten ab. Dadurch reichern sich hinten Elektronen an, vorne verarmt die Probe an Elektronen → E-Feld  
Die Stärke des Hall-Feldes ist umso größer, je stärker der den Leiter durchfließende Strom und je größer das angelegte Magnetfeld ist.

$$\text{Hallspannung: } U_{\text{Hall}} = \frac{1}{q \cdot n} \cdot \frac{I \cdot B}{d} = R_{\text{Hall}} \cdot \frac{I \cdot B}{d}$$

### **4. Warum ist der Hall-Effekt in Halbleitern um vieles größer als in Metallen?**

- Prinzipiell niedrigere Elektronendichte (durch sehr niedrige Dotierung)
- Höhere Beweglichkeit der negativen Ladungsträger in Halbleitern

### **5. Von was hängt die Größe des Hall-Effektes in Halbleitern ab?**

- Stärke des angelegten Stroms
- Stärke des angelegten Magnetfelds
- Beweglichkeit  $\mu_n$  der negativen Ladungsträger (je höher desto größer der Effekt)
- Dotierung des Halbleiters (je niedriger desto größer der Effekt)

### **6. Wie kann man das Problem des Offsets lösen?**

- Hall-Element quadratisch ausführen; es wird dann abwechselnd in der einen und in der anderen Diagonalen vom Betriebsstrom durchflossen. An den anderen beiden Anschlüssen wird jeweils das Messsignal abgenommen. Durch geeignete Weiterverarbeitung hebt sich der Offsetanteil heraus.
- Zusammenschaltung zweier gleicher Hall-Sensoren mit Vertauschung der Kontakte. So mitteln sich die Offsets theoretisch heraus

### **7. Welche typischen Anwendungen für Hall-Sensoren gibt es?**

Strommessung, Positionierung (Annäherung, Verschiebung und Drehung), ja/nein-Positionsmessung

## **Kapitel 8 - Feuchtesensoren:**

### **1. Nennen und beschreiben Sie wichtige feuchteresistive Materialien!**

Salze:

- Salz kann nur einen definierten Sättigungswert an Wasser aufnehmen
- Salze/Elektrolyte werden nicht mehr zur Herstellung von Feuchtesensoren verwendet
- Komplizierter Herstellungsprozess
- Nicht mit CMOS-Elektronik vereinbar (Ionen → Veränderung der Transistorparameter)
- Gut geeignet um für Kalibrierungszwecke eine definierte Luftfeuchtigkeit herzustellen

Polymere:

- Lange Ketten von wiederholten Moleküleinheiten
- Können in Abhängigkeit von der Struktur mehr oder weniger Wassermoleküle aufnehmen

Keramiken:

- Hoher elektrischer Widerstand und stark temperaturaktivierte Leitfähigkeit
- Leitfähigkeit einer Keramik wird durch Adsorption von Wassermolekülen verändert
- Änderung der Oberflächenleitfähigkeit → möglichst poröses Gefüge mit großer Oberfläche

### **2. Beschreiben Sie die Funktion resistiver Feuchtesensoren**

Um einen Glaszylinder werden zwei Palladium-Drähte als Elektroden gewickelt und mit einem Salz beschichtet. Bei Feuchte dissoziiert das Salz in Ionen und die Leitfähigkeit zwischen den Elektroden steigt. Durch den Salzgehalt kann der Nachweisbereich von 0.3...97% Luftfeuchte verändert werden  
Vorteil: hohe Empfindlichkeit, hohe Genauigkeit, gute Reproduzierbarkeit, gute Ersetzbarkeit  
Nachteil: Nachweis nur um ca.  $\pm 10\%$  vom eingestellten Wert

In Dünnschichttechnologie wird auf einem Substrat eine Interdigitalstruktur als Elektrode aufgebracht und mit einem Salz, einer Keramik oder einem leitenden Polymer beschichtet.  
Der Widerstand erniedrigt sich mit zunehmender Feuchte. Sensor kann nicht mit Gleichspannung betrieben werden, da mit polarisierbaren Materialien und Ionen gearbeitet wird.

### **3. Beschreiben Sie die Funktion kapazitiver Feuchtesensoren sowie deren Vor-/Nachteile!**

Messverfahren beruht auf der Adsorption von Wasserdampf proportional zum Wasserdampfdruck an einer porösen Schicht mit niedriger Dielektrizitätskonstante. Durch die Adsorption verändert sich die Kapazität des Sensors → Maß für die absolute Feuchte

Vorteile/Nachteile:

- Kapazitätsänderung direkt proportional zur Feuchte
- Lineare Kennlinie gegenüber resistiven Sensoren
- großer Temperaturbetriebsbereich
- voller Messbereich: 0% - 100% rel. Feuchte
- Kondensatortemperatur muss mindestens  $10^{\circ}\text{C}$  über der Taupunkttemperatur liegen
- Kapazitätsänderung wird zu kleinen Feuchten hin immer geringer → schlechtere Genauigkeit
- Alterungsanfälligkeit

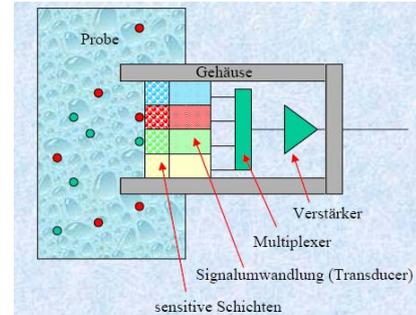
## Kapitel 9 - Chemische Sensoren:

### 1. In welchen Bereichen werden chemische Sensoren eingesetzt?

- Luftaufbereitung und -trennung
- Petrochemie und Raffinerie
- Turbinengeneratoren
- Kernkraftwerke

### 2. Erklären Sie den prinzipiellen Aufbau und die Funktion eines chemischen Sensors (mit Zeichnung)!

Eine oder mehrere selektive Schichten werden mit dem zu messenden Stoff in Verbindung gebracht. Die daraus resultierenden Informationen über die Anwesenheit und Konzentration festgelegter chemischer Verbindungen werden mit einem Transducer in ein elektrisches Signal umgewandelt. Zuletzt werden die Signale verstärkt.

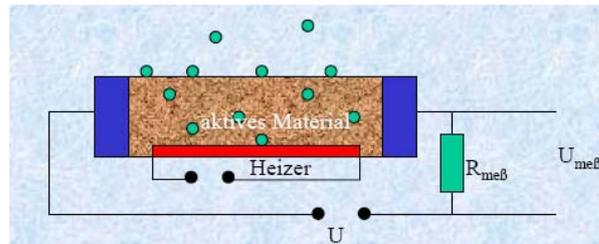


### 3. Mit welchen Prinzipien kann man die Selektivität eines chemischen Sensors erhöhen?

- Geeignete Wahl des Schichtmaterials und/oder Vorfilter (= Membranen)
- Chemische Reaktionen: Zugabe eines Katalysatormaterials
- Biochemische Reaktionen: Enzyme, die nach dem "Schlüssel-Schloß"-Prinzip (key-lock) arbeiten

### 4. Beschreiben Sie Aufbau und Funktion eines Chemoresistors (mit Zeichnung)!

Durch Anlagerung oder Einbau von Fremdatomen wird die Leitfähigkeit einer chemisch aktiven Schicht verändert. Die Reaktionsfreudigkeit der Schicht kann durch eine Heizung beeinflusst werden.

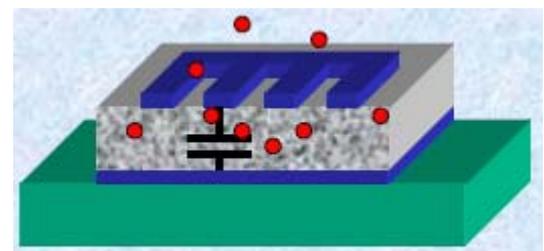


### 5. Nach welchem Prinzip verändert sich die Leitfähigkeit von Metalloxiden in Chemoresistoren?

In Halbleitermaterial eindiffundierender Sauerstoff bindet freie Elektronen  $\rightarrow$  RLZ  $\rightarrow$  Potentialbarriere (behindert Leitfähigkeit). Gase die mit Sauerstoff reagieren entziehen diesen und erhöhen damit die Leitfähigkeit proportional zur Konzentration des Fremdgases.

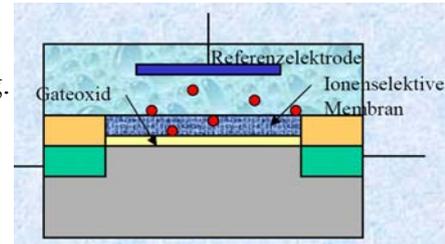
### 6. Beschreiben Sie Aufbau und Funktion eines Chemocapacitors (mit Zeichnung)!

Zwischen den Elektroden wird eine chemisch sensitive Schicht aufgebracht, die bei Anwesenheit von Fremdgasen ihre Dielektrizitätszahl ändert.  $\rightarrow$  Kapazitätsänderung (pF)  
Stark abhängig von der Betriebsfrequenz und den Umweltbedingungen (Temperatur, Feuchte).  
Es werden vorwiegend leitende Polymere eingesetzt



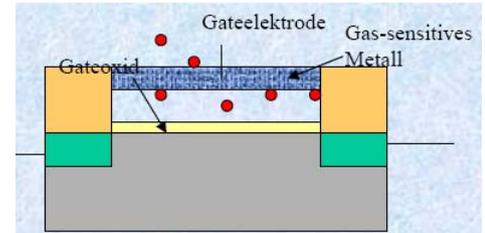
## 7. Beschreiben Sie Aufbau und Funktion eines ISFETs (mit Zeichnung)!

Der ISFET (Ionenselektiver FET) ist ein MOSFET ohne Gate-Metallisierung. Das Gate (nur mit Isolator) wird direkt einem Elektrolyten ausgesetzt, der Ionen enthält. Die Ionenladung wirkt wie eine Gate-Ladung und verschiebt die Einsatzspannung des FETs. Diese Verschiebung führt zu einer Stromänderung, die ein Maß für die Ionenkonzentration ist.



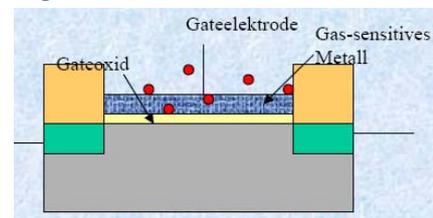
## 8. Beschreiben Sie Aufbau und Funktion eines Suspended-Gate FETs (mit Zeichnung)!

Der Suspended-Gate FET ist ein MOSFET mit einem gassensitiven, abgehobenen Gatemetall. Durch die Anlagerung von Gasatomen verändert sich die Austrittsarbeit der Gateelektrode und damit die Einsatzspannung des FET. Die dadurch hervorgerufene Stromänderung ist ein Maß für die Konzentration der Gasatome. Durch das abgehobene Gate werden die Gasatome sofort im Gatefeld aktiv und können zu größeren Verschiebungen der Einsatzspannung führen.



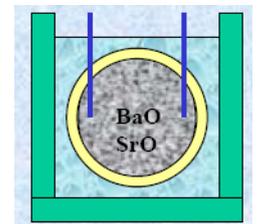
## 9. Beschreiben Sie Aufbau und Funktion eines Workfunction FETs (mit Zeichnung)!

MOSFET mit gassensitivem Gatemetall. Durch Einlagerung von Gasatomen ändert sich die Austrittsarbeit der Metallelektrode und damit die Einsatzspannung. → Stromänderung (Maß für die Konzentration der Gasatome)



## 10. Beschreiben Sie Aufbau und Funktion eines Chemo-Thermistors (mit Zeichnung)!

Thermistor besteht aus einer gesinterten Keramik mit zwei Kontakten in einer Glashülle (klein, billig, chemisch inert). Sensor wird in eine bekannte Lösung mit dem Ausgangsstoff A gegeben, dann wird eine unbekannte Konzentration des Stoffes B zugegeben. Die Reaktionswärme erwärmt den Halbleiter, der ändert seine Leitfähigkeit.



## 11. Worauf beruht die hohe Empfindlichkeit eines Chemo-Thermistors?

- Auswertung mittels Wheatstone-Brücke
- Relativ großer Temperaturkoeffizient  $\alpha \approx 4\%/K$

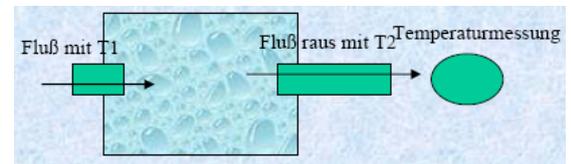
## Kapitel 10 - Biosensoren:

### 1. In welchen beiden Bereichen werden Biosensoren eingesetzt?

- Analyse: Biochemische Sensoren
- Biologische Anwendungen: Biomedizinische Sensoren

### 2. Erklären Sie den prinzipiellen Aufbau und die Funktion eines Enzym-Thermoresistors (mit Zeichnung)!

Im Reaktor ist ein Enzym, das den nachzuweisenden Stoff unter Energieumsetzung umwandelt. Die Umsetzung führt zu einer Temperaturänderung der Flüssigkeit, die proportional zur umgesetzten Stoffmenge ist. Enzymkatalytische Sensoren können als Analytikensensoren für einen bestimmten Stoff und als „Biosensoren“ zur Schadstoffmessung im menschlichen Organismus eingesetzt werden



### 3. Mit welchen beiden Prinzipien kann man die Reaktion in einem DNS-Sensor nachweisen?

- Fluoreszenzmessung von mit Fluoreszenzmarkern präparierten DNA-Stücken
- Verbiegung von mikromechanischen Fingern bei Anlagerung komplementärer Teilstränge der DNA

### 4. Was sind die Unterschiede zwischen einem Enzym-Sensor und einem Immuno-Sensor?

Enzym-Sensor: Ein Stoff wird über ein Enzym unter Energieumsetzung umgewandelt → Auswertung mittels Temperaturmessung leicht möglich

Immuno-Sensor: Einer unbekannt Menge bekannter Antigene wird eine bestimmte Konzentration speziell markierter Antigene zugegeben. Markierte und unmarkierte Antigene konkurrieren bei der Besetzung der Antikörper entsprechend ihrer Konzentration. Am Ende wird die Konzentration der unmarkierten Antikörper berechnet → keine direkte Anzeige möglich

### 5. Nennen Sie einige typische Anwendungen für Biomedizinische-Sensoren!

- Blutsensoren: Blutdruck und Blutanalyse
- Intelligente Pille
- Mikroimplantate für Sinnesorgane

### 6. Wie könnte ein Nervenstecker funktionieren?

Umgehung einer Nervenlähmung:

- Willensäußerung des Patienten in elektrisches Signal wandeln
- Signal nach Lähmstelle in den Nerv einkoppeln → Hand bewegt sich
- Patient trägt Handschuh mit Sensoren (Position, Kraft)

Ankopplung einer Prothese an intakten Nerv:

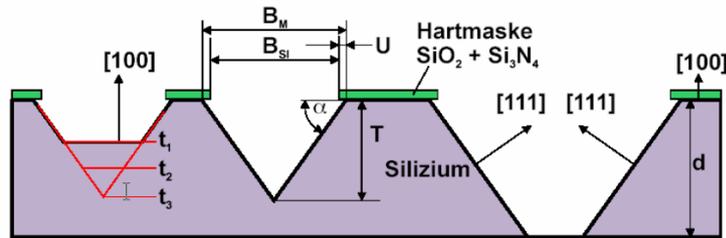
- Nerv bis zur Amputationsstelle intakt
- Nerv wird aufgetrennt und löchriges Mikroelektrodenarray wird vom Nerv durchwachsen
- Nervenimpulse werden aufgenommen, elektrische Signale steuern die Prothese
- Sensoren an der Prothese geben Rückmeldung an das ZNS

## Formeln:

Abstand paralleler Kristallebenen:  $d_{(hkl)} = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}$

Winkel zwischen Kristallebenen:  $\cos \alpha = \frac{h \cdot h' + k \cdot k' + l \cdot l'}{\sqrt{(h^2 + k^2 + l^2) \cdot (h'^2 + k'^2 + l'^2)}}$

Ätzgeometrien:



$B_M$ : Breite der Maskenöffnung

$B_{Si}$ : Breite der Siliziumöffnung

$T$ : Tiefe des V-Grabens

$B_D$ : Breite der Durchbruchöffnung

$\alpha$ : Ätzwinkel: [100]- zur [111]-Ebene = 54,7°

$R_{[111]}$ : Ätzrate der {111}-Ebenen

$d$ : Waferdicke

$U$ : Unterätzung

$t$ : Ätzzeit

$$T = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot B_{Si}$$

$$U = \frac{R_{[111]} \cdot t}{\sin \alpha}$$

$$B_D = B_{Si} - \sqrt{2} \cdot d$$

$$d = R_{[100]} \cdot t$$

$$2 \cdot U = B_{Si} - B_M$$

$$R_{[111]} = \text{Selektivität} \cdot R_{[100]}$$

Berechnung der Stauchung:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

$$E = \frac{1}{D}$$

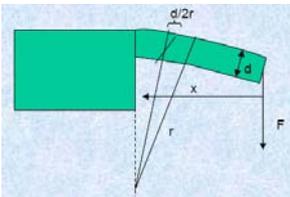
$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

$$F = m \cdot a$$

$$\sigma \left[ \frac{\text{Kraft}}{\text{Fläche}} \right] = E \left[ \frac{\text{Kraft}}{\text{Fläche}} \right] \cdot \varepsilon$$

Durchbiegung:



$$r = \frac{\gamma \cdot E \cdot d^3 \cdot b}{F \cdot x}$$

$$\sigma = \frac{1}{2\gamma} \cdot \frac{F \cdot L}{d^2 \cdot b}$$

maximale Durchbiegung:  $w_{\max} = \frac{F \cdot l^3}{3 \cdot E \cdot I}$

Trägheitsmoment:  $I = \frac{h \cdot b^3}{12}$

Piezoresistiver Effekt:

$$R = \rho_0 \cdot \frac{l}{A} = \rho_0 \cdot \frac{l}{\pi \cdot r^2}$$

$k$ -Faktor (Verstärkungseffekt):  $k = \frac{\Delta R / R}{\Delta l / l}$

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta \rho}{\rho} + \frac{\Delta l}{l} - 2 \frac{\Delta r}{r} = \Pi_{\text{long}} \cdot \sigma_{\text{long}}$$

Ausbreitungswiderstand für Halbleiter-Thermowiderstände:  $R = \frac{\rho_R}{2\pi} \cdot \left[ \frac{1}{d/2} - \frac{1}{D} \right] \approx \frac{\rho_R}{\pi d}$

Temperaturkoeffizient:  $\alpha = \frac{1}{R} \cdot \frac{\Delta R}{\Delta T}$  [%/K]

Hall-Spannung:  $U_{\text{Hall}} = \frac{1}{q \cdot n} \cdot \frac{I \cdot B}{d} = R_{\text{Hall}} \cdot \frac{I \cdot B}{d}$